

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II

Scienze Ambientali

(Docente: Prof. P. Vetro)

Appello del 15 Aprile 2004

1. Calcolare la derivata della seguente funzione

$$f(x) = \lg((\sin x)e^{x^2-x}).$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^5} \lg(1 + x^2).$$

Handwritten note: $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^3 \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx.$$

4. Determinare a e b in modo che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{se } x > 0 \\ x^2 + ax + b & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $x = 0$.

5. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$$

e tracciarne il grafico.

6. La funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x^2} - |x|$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle?

Handwritten work for problem 3:

$$\int \frac{(x^2 + 1) + 1}{x^2 + 1} = \int \left(1 + \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx$$

Handwritten work for problem 3 (continued):

$$\int 1 dx + \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

$$\left[x + \arctan x \right]_1^3$$

Handwritten calculation for problem 3:

$$3 + \arctan 3 - 1 - \arctan 1$$

$$2 + \arctan 3 - \arctan 1$$